



# ЭЛЕМЕНТЫ ФИНАНСОВОЙ ГРАМОТНОСТИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

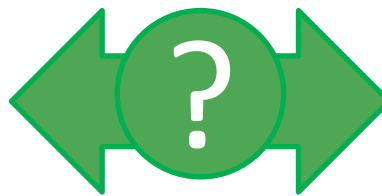
Разработка, апробация и распространение учебно-методических материалов, нацеленных на повышение финансовой грамотности старшеклассников через решение практических задач по управлению личными финансами в рамках школьного курса математики и заданий ЕГЭ/ОГЭ

## Межрегиональный научно-практический семинар по вопросам реализации Концепции развития математического образования в Российской Федерации

Подготовлено по заказу Министерства финансов Российской Федерации в ходе реализации совместного Проекта Российской Федерации и Международного банка реконструкции и развития «Содействие повышению уровня финансовой грамотности населения и развитию финансового образования в Российской Федерации» в рамках «Конкурсной поддержки инициатив в области развития финансовой грамотности и защиты прав потребителей»

# ФИНАНСОВАЯ ГРАМОТНОСТЬ

- ◆ Реалистичная оценка своих финансовых возможностей
- ◆ Оценка финансовых последствий принимаемых решений
- ◆ Понимание ответственности за результат



# ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ



- ◆ Низкий уровень финансовой грамотности населения России
- ◆ Старшеклассники **не владеют базовыми знаниями и навыками** (сравнение величин, вычисление средних значений, операции с дробями, решение задач на проценты и пр.)

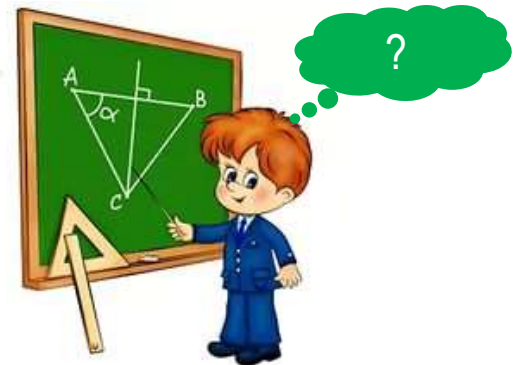
- ◆ Дополнительные уроки для школьников **с трудом вписываются в учебный план**, увеличивая и без того чрезмерную учебную нагрузку школьников



# ЧТО ПРЕДЛАГАЕТСЯ СДЕЛАТЬ

**Включение в курс математики в 9-11 классах заданий на отработку навыков расчета и оценки результатов принятия финансовых решений позволит:**

- ◆ подготовить школьника к принятию финансово разумных, осознанных решений в различных жизненных ситуациях
- ◆ не отнимать дополнительных часов от других предметов
- ◆ не создавать дополнительной нагрузки на учеников
- ◆ закрепить знания, полученные в основной школе, и прояснить материал 9-11 классов, подготовить школьника к сдаче ОГЭ/ЕГЭ
- ◆ ответить на вопрос: какое практическое применение имеют полученные знания по математике?



# СТАРШЕКЛАССНИК ДОЛЖЕН УМЕТЬ

Оценивать в уме значение результата расчетов (прикидка по порядку величины, оценка в диапазоне «от и до»)

Составлять несложные математические уравнения и неравенства для решения текстовых финансовых и экономических задач

Вычислять простые, сложные проценты, дисконт, приведенную стоимость



Сравнивать числа и простые выражения в том числе - в уме

Оценивать риски (с вероятностью)

Читать графики, понимать зависимости на графиках

Применять арифметическую и геометрическую прогрессии

Формализовать и давать оценочные решения задач с нечетко описанными условиями



## Цель проекта

Разработка и распространение учебно-методических материалов, нацеленных на повышение финансовой грамотности

## Аудитория

Учащиеся 9-11 классов

## Рамки

Школьный курс математики и задания Единого государственного экзамена / Основного государственного экзамена

## Результаты

- ◆ Сборник математических задач для учащихся 9 – 11 классов
- ◆ Сборник методических материалов
- ◆ Семинары, открытые уроки, «круглые столы», семейная олимпиада, вебинары

- ◆ Оценка величин. Простые расчеты
- ◆ Сравнение вариантов
- ◆ Оценка условий задач
- ◆ Практическое применение полученных математических знаний



# Расходы и потребительский выбор



**Условие.** Летом килограмм клубники стоит 280 рублей. Маша купила 1 кг 300 г клубники. Маша расплатилась купюрой в 1 000 рублей. У продавца клубники для сдачи только купюры в 500, 100 и 50 рублей (у продавца купюр достаточно много, чтобы рассчитаться с Машей после любой её покупки). Какое наименьшее количество денег должна добавить к 1 000 рублям Маша, чтобы рассчитаться с продавцом клубники?

**Условие.** Получив мешок сахара весом 50 кг, продавец Петрова поставила на ночь рядом с мешком ведро воды. За счет гигроскопичности сахара часть воды впиталось в сахар, так что мешок с сахаром стал весить 55 кг.

При проверке выяснилось, что Петрова продала 22 кг мокрого сахара из мешка по установленной магазином цене 30 рублей за кг и была оштрафована в соответствии со статьей 14.7 Кодекса об административных правонарушениях на 3000 рублей. Во сколько раз сумма штрафа превысила стоимость обвеса покупателей?

# РАСЧЕТ ПОЕЗДКИ НА ТАКСИ

**Вариант 1.** В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси длительностью меньше 5 минут составляет 150 рублей. Если поездка длится 5 минут или более, то пассажир платит 150 рублей плюс 11 рублей за полную или неполную минуту поездки сверх 5 минут. Сколько стоит 9-минутная поездка на такси. Ответ укажите в рублях.

**Вариант 2.** В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси длительностью меньше 5 минут составляет 150 рублей. Если поездка длится 5 минут или более, то её стоимость (в рублях) рассчитывается по формуле  $C = 150 + 11(t - 5)$ , где  $t$  — длительность поездки, выраженная в минутах ( $t \geq 5$ ). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 15-минутной поездки. Ответ укажите в рублях.

**Задача 1** В строительном магазине саморезы продаются только упаковками. Саморезы фирмы «А» продается упаковками по 110 штук и стоят 240 рублей, упаковка саморезов фирмы «Б» содержит 100 штук и стоит 198,25 рублей. Определите, у какой фирмы стоимость одного самореза меньше.

**Задача 2** В строительном магазине саморезы продаются только упаковками. Саморезы фирмы «А» продается упаковками по 110 штук и стоят 240 рублей, упаковка саморезов фирмы «Б» содержит 100 штук и стоит 198,25 рублей. Определите, у какой фирмы их нужно покупать, если их нужно 105 штук?

**Задача 3** В строительном магазине «А» саморезы продаются упаковками по 110 штук и стоят 240 рублей за упаковку, в строительном магазине «Б» такие же саморезы продаются упаковками по 100 штук и стоят 198 рублей. При какой минимальной скидке  $t$ , установленной в магазине «А» при любой потребности в саморезах их покупка будет дешевле, чем в магазине «Б»?

**Решение:** Понятно, что если 1 упаковка саморезов в магазине "А" стоит меньше или столько же, сколько одна упаковка в магазине "Б", то всегда выгодно покупать саморезы в первом магазине. Наоборот, если упаковка саморезов в магазине "А" дороже, чем в магазине "Б", то, если нужно купить меньше ста саморезов, выгоднее купить их в магазине "Б". Значит, при скидке  $((240 - 198))/240 = 0,175$  покупать в магазине "А" саморезы выгоднее.

**Ответ:** 17,5%.

# ВЫКОПАТЬ КОЛОДЕЦ

**Условие.** Хозяин договорился с рабочими, что они выкопают ему колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 3500 рублей, а за каждый следующий метр — на 1600 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько рублей хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной 9 метров?

**Решение.** Заметим, что стоимость колодца можно вычислить с помощью формулы суммы арифметической прогрессии:

$$S_i = \frac{a_1 + a_i}{2} * i = \frac{2a_1 + q * (i - 1)}{2} * i$$

где  $S_i$  – стоимость работы для  $i$  метров,  $a_1$  – стоимость первого метра,  $a_i$  – стоимость  $i$  метра,  $q$  – прирост стоимости на каждом метре. Подставляем данные в формулу:

$$S_9 = \frac{7000 + 1600 * (9 - 1)}{2} * 9 = 89\ 100$$

**Ответ:** 89 100

# ОПЛАТА ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ

**Условие:** Семья Макаровых живёт в старом доме в центре Москвы в квартире с газовой плитой. Среднемесячное потребление семьей электроэнергии составляет 180 квт\*час, в том числе в период с 7:00 до 23:00 потребление составляет 120 квт\*час. Текущие расценки на электроэнергию по одноставочному (одинаковому в течение суток) тарифу составляют 5,38 рублей за квт\*час. Семья получила от энергосбытовой компании предложение установить в квартире за 4 550 рублей многотарифный счетчик и перейти на оплату электроэнергии по тарифу, дифференцированному в зависимости от времени суток. Текущие значения тарифа составляют 6,19 рублей за квт\*час в период с 7:00 до 23:00 и 1,64 рублей за квт\*час – с 23:00 до 7:00. Если переход на дифференцированный тариф выгоден, то за какой срок при неизменных объеме и структуре потребления электроэнергии окупятся расходы на установку счетчика? Ответ укажите в месяцах.

**Решение:** При одноставочном тарифе ежемесячные расходы на оплату электроэнергии составляют  $180 * 5,38 = 968,4$  руб. При двухставочном тарифе ежемесячные расходы составят  $120 * 6,19 + 60 * 1,64 = 841,2$ . Экономия на текущих платежах составит 127,2 руб., расходы на установку счетчика окупятся за 36 месяцев.

**Ответ:** 36 месяцев.

# ЛАЗЕРНЫЙ ИЛИ СТРУЙНЫЙ ПРИНТЕР

## Условие:

Для небольшого офиса требуется принтер для черно-белой печати. Рассматриваются два варианта: лазерный принтер за 14 тыс. руб. или струйный принтер за 5 тыс. руб. Цена принтеров указана без стоимости катриджей. При этом картридж к лазерному принтеру стоит 6 тыс. руб. (его хватает примерно на 1600 страниц), а к струйному – 2 тыс. руб. (хватает примерно на 400 страниц). Какой принтер выгоднее купить, если нужно распечатать 15 000 страниц?

**Решение:** Для печати нужного количества страниц на лазерном принтере потребуется менять картридж 10 раз, на струйном принтере – 38 раз. Совокупные расходы на использование лазерного принтера составят:

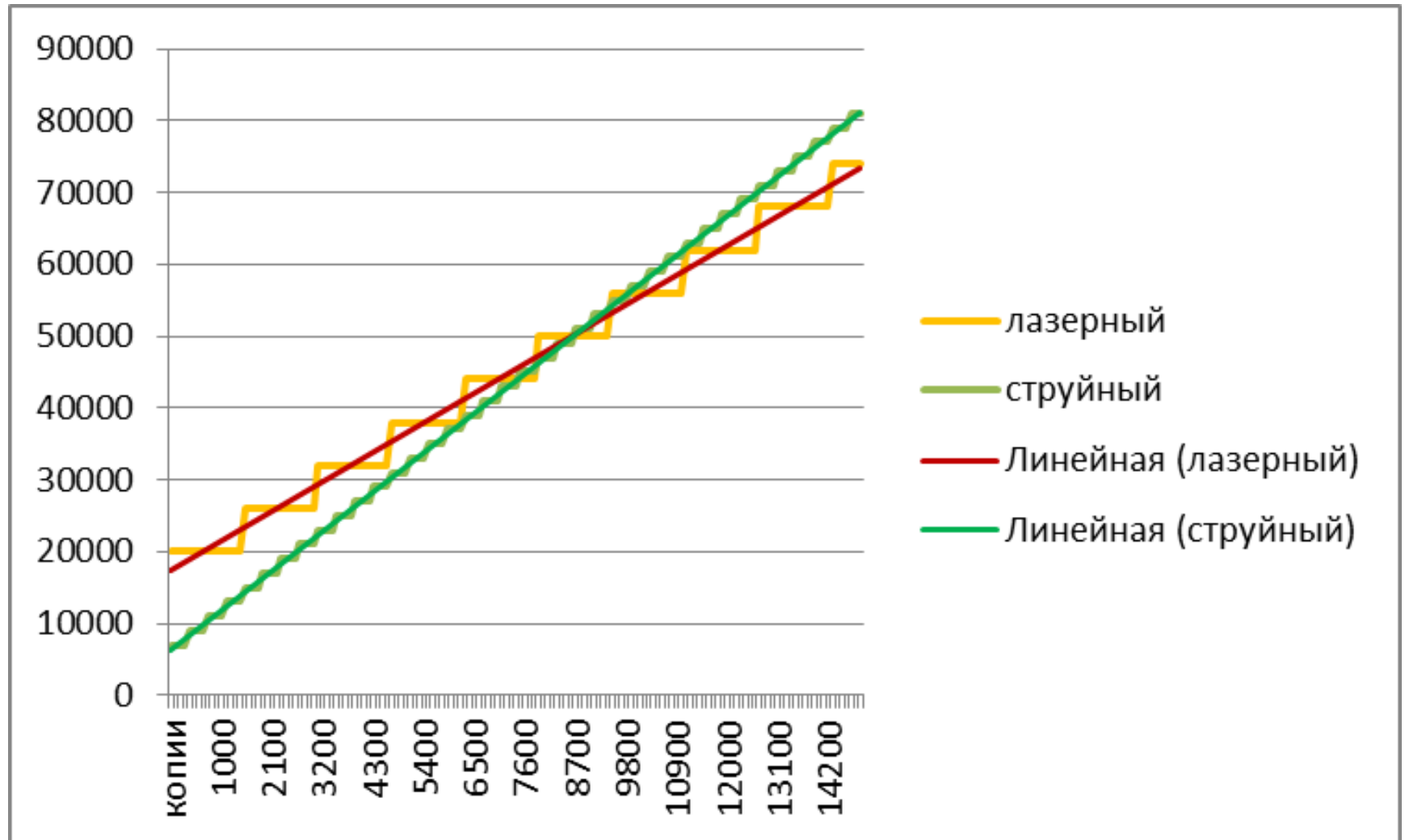
$$14\ 000 + 6\ 000 * 10 = 74\ 000 \text{ руб.},$$

$$\text{струйного: } 5\ 000 + 2\ 000 * 38 = 81\ 000 \text{ руб.}$$

**Ответ:** Выгоднее купить лазерный принтер.



# ЛАЗЕРНЫЙ ИЛИ СТРУЙНЫЙ ПРИНТЕР



# ОПТ, РОЗНИЦА И ЖАДНОСТЬ

**Условие.** Игнат хотел купить 1 килограмм хорошей клубники по 60 рублей за кг, но поддался на уговоры рыночного торговца и купил три килограмма этой же клубники по 45 руб. за кг. К сожалению, из-за жары один килограмм клубники сгнил, и Игнату пришлось его выкинуть. По какой цене за килограмм в итоге досталась клубника Игнату? Ответ дайте в рублях.

# СКИДКИ НА БОТИНКИ

**Условие.** Многодетная семья с четырьмя детьми (все мальчики) планирует купить обувь в период распродаж. Родители взяли с собой 7,5 тысяч рублей, рассчитывая купить на эти деньги как минимум по одной паре новой обуви каждому ребенку. В одном из обувных магазинов проводится акция: «Каждому купившему две пары обуви третья пара – в подарок!». В этом магазине родителям понравились ботинки по цене 2492 рубля за пару. В другом магазине предлагают обувь по акции: «Каждому купившему пару обуви вторая пара – за полцены!» Родители также выбрали там подходящую обувь по цене 2437 рублей за пару. В каком магазине выгоднее купить обувь? Насколько будет отличаться сумма покупки в этих двух магазинах?

**Решение:** Не подсчитывая точную стоимость, можно увидеть, что и в первом, и во втором случае, чтобы получить 4 пары обуви, нужно заплатить за 3, поэтому во втором магазине покупка обойдется дешевле. В первом магазине можно купить три пары по цене двух, и четвертую пару за полную цену, тогда за 4 пары семья заплатит  $2492 * 3 = 7476$  руб. Во втором магазине можно купить четыре пары, заплатив за две из них полцены, тогда общая сумма покупки составит  $2437 * 3 = 7311$  руб. Разница составит 165 рублей.

**Ответ:** Во втором магазине. Разница составит 165 рублей.

# Доходы и налоги

**Вариант 1.** Известно, что сумма подоходного налога составляет 13% от суммы дохода, начисленного работнику. Работник хочет получать «на руки» (начисленный доход за вычетом подоходного налога) 60 000 рублей, какой в этом случае должна сумма начисленного дохода?

**Не умножать на 1,13, а делить на 0,87!**

**Вариант 2.** Известно, что зарплата, полученная сотрудником А на руки за год составила 1 000 000 рублей. Сотрудник Б получает по 95 000 рублей в месяц до вычета налогов. Кто из сотрудников зарабатывает больше, если известно, что доходы физических лиц облагаются налогом в 13%?

# РАСЧЕТ СУММЫ НАЛОГОВ К УПЛАТЕ

**Условие.** Андрей владеет небольшой компанией по производству чехлов на смартфоны. Помимо него в компании работают 10 сотрудников со средним окладом 35 000 рублей в месяц до вычета налогов. Сколько денег Андрей переведёт на счета сотрудников, а сколько – государству, при условии, что ставка налога на доход физических лиц составляет 13%, а страховые взносы (единый социальный налог) равны 30% ФОРТ?

**Решение:** Вычислим сумму средств, переводимую сотрудникам:

$$10 * 35\,000 * 0,87 = 304\,500 \text{ рублей}$$

Вычислим перевод в качестве налогов:

$$10 * 35\,000 * 0,13 + 10 * 35\,000 * 0,3 = 150\,500 \text{ рублей}$$

**Ответ:** 1) 304 500 руб. 2) 150 500 руб.

# ПРОГРЕССИВНАЯ ШКАЛА НАЛОГООБЛОЖЕНИЯ

**Условие.** Сергей работает в стране X, где применяется прогрессивная система налогообложения. Доходы до 15 000 у.е. в год не облагаются налогом, доходы от 15 000 до 25 000 облагаются налогом в 15%, свыше 25 000 налогом по ставке 25%. Известно, что за прошедший год он заплатил в бюджет 4 250 у.е. налогов. Какую номинальную ежемесячную зарплату получает Сергей?

**Решение:** Составим уравнение:  $10\,000 * 0,15 + x * 0,25 = 4\,250$   
 $x = 11\,000$  у.е. Следовательно, Сергей получил 11 000 у.е. свыше 25 000, а значит общий номинальный доход составил 36 000 у.е.  
Найдём номинальный ежемесячный оклад:  $36\,000/12 = 3\,000$  у.е.

**Ответ:** 3 000 у.е. в месяц

# СОЦИАЛЬНЫЕ ВЫЧЕТЫ

**Условие.** По закону РФ при оплате образовательных услуг можно воспользоваться льготой в форме налогового вычета. В году, следующим за годом оплаты, можно уменьшить свой доход, с которого будет удержан подоходный налог 13%, на сумму, равную затратам на образовательные услуги, (но не более чем на 120 тыс. руб.) и таким образом вернуть себе часть расходов на образование. При этом возвращаемая таким образом сумма не должна превышать подоходный налог, выплаченный в том же году, когда были оплачены образовательные услуги.

Зарботная плата Зайцева А.П. до вычета подоходного налога составляет 50 тыс. руб. в месяц. В предыдущем году за обучение в вузе он заплатил 100 тыс. руб. Рассчитайте сумму, которую он сможет вернуть в текущем году

**Решение:** Сумма, удержанная с Зайцева А.П. в 2015 году в качестве подоходного налога, составила  $50\ 000 * 12 * 0,13 = 78\ 000$  руб. Расходы на образование, понесенные им в 2015 году, составили 100 000 руб, что не превышает максимальный размер налогового вычета 120 000 руб. Таким образом, Зайцев получит налоговый вычет в полном объеме понесенных затрат на образование. 13% от них составляют 13 000 руб., что не превышает 78 000 руб. Значит он может вернуть 13 000 руб.

**Ответ:** 13 000 руб.



**Условие.** В таблице приведены размеры штрафов за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации, установленных на территории России с 1 сентября 2013 года.

Превышение скорости, км/ч	21–40	41–60	61–80	81 и более
Размер штрафа, руб.	500	1000	2000	5000

Определите с помощью таблицы, какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 90 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 40 км/ч. Ответ дайте в рублях.

**Решение:** Превышение скорости составило  $90 - 40 = 50$  км/ч. Следовательно штраф 1000 рублей.

**Ответ:** 1000.

## ДВА ТАКСИСТА

**Условие.** Водители Ларионов и Кутько арендуют такси у автопарка и возят пассажиров по маршруту аэропорт-центр города Н и центр города Н-аэропорт.

Было посчитано, что расходы на одну поездку в одну сторону составляют 60 рублей (стоимость бензина), кроме того водители платят автопарку арендную плату за рабочую смену – 1 000 рублей (вне зависимости от количества поездок).

Водители установили различную плату за поездку в одну сторону и в зависимости от установленной платы совершают различное количество поездок (с учетом ожидания пассажиров).

Водитель	Плата за 1 поездку (руб.)	Среднее количество поездок за смену
Ларионов	600	6
Кутько	350	12

Кто из водителей зарабатывает за смену больше? Ответ обоснуйте.

**Решение:** Подсчитаем доход водителя Ларионова за смену:

$$6 * (600 - 60) - 1\,000 = 2\,240 \text{ рублей за смену.}$$

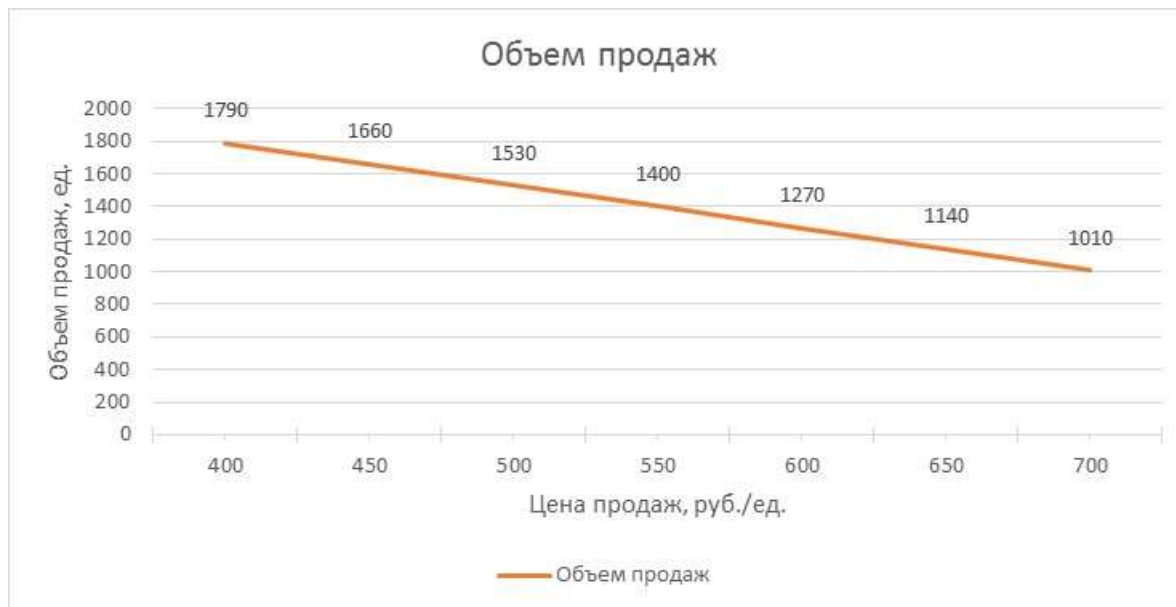
Аналогично, посчитаем доходы за смену Кутько:  $12 * (350 - 60) - 1\,000 = 2\,480$  рублей за смену.

Следовательно, больше за смену зарабатывает Кутько (арендная плата автопарку одинакова и на ответ не влияет).

**Ответ:** Кутько

# ТОЧКА БЕЗУБЫТОЧНОСТИ

**Условие.** Лена арендует помещение небольшого магазина (75 квадратных метров), в котором продаются пластиковые кашпо для цветов. Объем закупок кашпо всегда равен объему продаж. Стоимость аренды магазина - 5500 рублей в год за квадратный метр. Помимо Лены в магазине работают еще 3 человека, расходы на заработную плату которых с налогами составляют 195 000 рублей в месяц. Кашпо закупаются Леной по 350 рублей за штуку. Определите при каких ценах и объемах продаж кашпо в месяц у магазина Лены не будет убытков, если известна следующая зависимость объема продаж в месяц от цены (см.рисунок), а также то, что при цене выше 700 рублей кашпо у Лены продаваться не будут (ответ округлите до целых единиц):



# ТОЧКА БЕЗУБЫТОЧНОСТИ

## Решение.

Сначала определим величину постоянных расходов фирмы в месяц (арендная плата и зарплата):  $75 * \frac{5\,500}{12} + 195\,000 = 229\,375$  рублей в месяц.

Функция зависимости объема продаж от цены имеет вид  $y = kx + b$ , где  $y$  – объем продаж,  $x$  – цена продаж. Взяв две произвольные точки графика, например, (400; 1 790) и (550; 1 400), можем найти значения  $k$  и  $b$ , решая систему уравнений:

$$\begin{cases} 1\,790 = 400k + b \\ 1\,400 = 550k + b \end{cases}$$

Получаем  $k = -2,6$ ,  $b = 2\,830$ , то есть  $y = -2,6x + 2\,830$  или  $x = \frac{y - 2\,830}{-2,6}$ .

Составим уравнение для расчета объема продаж и цены продаж. Оно имеет следующий вид: Выручка – Переменные затраты – Постоянные затраты = Прибыль = 0 или  $y * x - y * 350 - 229\,375 = 0$

Подставляя выражение  $x = \frac{y - 2\,830}{-2,6}$  в уравнение для безубыточности получаем квадратное уравнение:  $y^2 - 1\,920y + 596\,375 = 0$

Решая это уравнение получаем два корня  $y_1 = 389,7149$  и  $y_2 = 1\,530,385$

Соответственно цены продаж для этих объемов  $x_1 = 938,571$  и  $x_2 = 499,89$ . Вспоминаем, что цена на рынке не может быть больше 700 рублей за единицу и отбрасываем  $x_1$  и соответственно  $y_1$ .

**Ответ:** 500 и 1 530

# ТЕМЫ ЗАДАЧ ПО ФИНАНСОВОЙ ГРАМОТНОСТИ

- ◆ Расходы
- ◆ Доходы
- ◆ Балансировка бюджета
- ◆ Сбережения и инвестиции
- ◆ Кредиты и займы
- ◆ Расчеты
- ◆ Долгосрочное финансовое планирование
- ◆ Страхование
- ◆ Игры на деньги



# ПРАКТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАВЫКИ

Тема	Практические вопросы	Необходимые математические навыки
Расходы, доходы, балансировка бюджета	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Определение цен и сравнение вариантов с учетом скидок, уценок, различных акций</li> <li>● Выбор наилучшего решения из имеющихся альтернатив</li> <li>● Выбор наиболее выгодной формы оплаты труда (фиксированная, переменная, смешенная)</li> <li>● Понимание механизма взимания и расчета различных налогов</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Навыки устного счета</li> <li>● Работа с процентами, долями и Применение арифметической прогрессии</li> <li>● Работа со средними величинами и их свойствами</li> <li>● Установление связи различных единиц измерения между собой</li> <li>● Составление и решение уравнений</li> <li>● Умение внимательно читать условие задачи (в том числе подразумевая под этим рекламу какого-либо магазина или фирмы) до конца, вникая во все детали</li> </ul>

Математические навыки необходимы также для других тем:

**Сбережения и инвестиции, кредиты и займы, расчеты в валюте, долгосрочное финансовое планирование, страхование, игры на деньги**



## **МЦМНО**

Москва, 119002, Большой Власьевский переулок, дом 11

Сайт: [www.mcsme.ru](http://www.mcsme.ru)

Телефоны: +7-(499)-241-0500, 241-1237, 241-4086